EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D

***Varianta* ….077**

Proba D.Programa M1.Filiera teoretică, specializarea Științe ale naturii; Filieră tehnologică, profil Tehnic, toate specializările

♦ **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

(4p) **a)** Să se calculeze $\sin\frac{5\pi}{3}+\sin\frac{\pi}{3}$.

(4p) **b)** Să se determine $a,b\in\mathbf{Z}$ astfel încât $a\cdot x+b\cdot y+5=0$ să fie ecuația dreptei care conține punctele $A(2,1)$ și $B(-1,2)$.

(4p) **c)** Să se calculeze aria triunghiului echilateral cu înălțimea egală cu $\sqrt{3}$.

(4p) **d)** Să se calculeze modulul numărului complex $(1+3i)^2$.

(2p) **e)** Să se determine ecuația tangentei la elipsa $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$ în punctul $T(0,3)$.

(2p) **f)** Să se rezolve în **C** ecuația $|z|-z=4-3i$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

(3p) **a)** Să se rezolve ecuația $4^x+2^{x+1}=8$.

(3p) **b)** Să se determine câte numere de patru cifre distincte se pot forma cu cifrele $1,2,3,4$.

(3p) **c)** Să se calculeze $C_7^0+C_7^1+...+C_7^7$.

(3p) **d)** Să se rezolve în $(0,\infty)$ ecuația $\log_3(1+x)=3$.

(3p) **e)** Să se calculeze $\frac{3+3^2+3^3+...+3^{2007}}{3^{2007}-1}$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=x^{2007}$

(3p) **a)** Să se calculeze $f'(x)$, $x\in\mathbf{R}$.

(3p) **b)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}$.

(3p) **c)** Să se determine numărul punctelor de extrem local ale funcției f.

(3p) **d)** Să se calculeze $\int_0^1 f(x)dx$.

(3p) **e)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\int_0^x f(t)dt}{x^{2007}}$.

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră polinoamele $f, g \in \mathbf{R}[X]$ $f = X^3 - 3X^2 - 2mX + 8$, $g = X^5$, $m \in \mathbf{R}$ şi matricele $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -2 & -2 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

(4p) **a)** Să se calculeze A^2.

(4p) **b)** Să se calculeze $\det(I_2 + A)$.

(4p) **c)** Să se determine $m \in \mathbf{Z}$ astfel încât rădăcinile polinomului f să fie în progresie aritmetică.

(2p) **d)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $x^3 - 3x^2 - 6x + 8 = 0$.

(2p) **e)** Să se determine $a \in \mathbf{R}$ astfel încât $(I_2 + A)(I_2 + aA) = I_2$.

(2p) **f)** Să se arate că $\det(I_2 + A^n) = 1, \forall n \in \mathbf{N}^*, n \geq 2$.

(2p) **g)** Pentru $m = 3$, să se determine restul împărțirii polimomului g la polinomul f.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : (-\infty, 6] \to \mathbf{R}$, $f(x) = \sqrt{6 - x}$.

(4p) **a)** Să se calculeze $f'(x)$, $x \in (-\infty, 6)$.

(4p) **b)** Să se determine punctele de intersecție ale graficului funcției f cu dreapta $y = x$.

(4p) **c)** Să se arate că graficul funcției f nu are asimptote spre $-\infty$.

(2p) **d)** Să se arate că funcția f este concavă pe intervalul $(-\infty, 6)$.

(2p) **e)** Să se calculeze $\lim\limits_{x \to -\infty} [f(x) - f(x-1)] \cdot \sqrt{-x}$.

(2p) **f)** Să se calculeze $\int_2^5 f(x)dx$.

(2p) **g)** Să se arate că $2 \leq (f \circ f)(x) \leq \sqrt{5}, \forall x \in [2,5]$.